

Reakcja gospodarki polskiej na szok polityki pieniężnej w małym modelu DSGE – na ile wybór metody estymacji determinuje wyniki?¹

Wstęp

Przez długi czas ekonomiści poszukiwali narzędzia badawczego zdolnego wyjaśniać stylizowane fakty na szczeblu makroekonomicznym odwołując się do działań pojedynczych podmiotów (maksymalizacja użyteczności i zysków, racjonalne oczekiwania). Idea ta zmaterializowała się w postaci dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej (DSGE), w których dynamika gospodarki wyjaśniana jest poprzez zachowania podmiotów optymalizujących w nieskończonym horyzoncie czasowym. Mimo wielu ograniczeń, modele DSGE oparte o paradygmat nowej ekonomii nowokeynesistowskiej stanowią dziś najpopularniejsze narzędzie, zarówno w sferze badań naukowych jak i praktycznego wykorzystania przez banki centralne (Woodford 2009; Tovar 2009).

Przeprowadzając badanie empiryczne, badacz dokonuje wyboru metody estymacji. Wybór ten jest szczególnie ważny przy estymacji parametrów modelu DSGE, ze względu na różnorodność stosowanych w literaturze metod estymacji (zob. np. Ruge-Murcia 2007; Canova 2007): kalibracja, dopasowywanie funkcji odpowiedzi na impuls, uogólniona metoda momentów, metoda największej wiarygodności oraz estymacja bayesowska. Pomimo, że metody te korzystają z różnych kryteriów doboru optymalnych wartości dla szacowania parametrów (np. maksymalizacja funkcji wiarygodności, minimalizacja odchyłeń momentów empirycznych od teoretycznych) i z różnych postaci modelu (np. postaci strukturalnej lub postaci końcowej), to ze względu na szeroki zakres zastosowań modeli DSGE oczekuje się, że w najważniejszych obszarach badawczych będą one dostarczać zbliżonych wniosków ilościowych i jakościowych.

W opracowaniu podejmujemy próbę odpowiedzi na pytanie, w jakim stopniu metoda estymacji warunkuje wnioski dotyczące transmisji szoku polityki pieniężnej w gospodarce polskiej. Analizę przeprowadzimy w oparciu o trzyrównaniowy, nowokeynesistowski model DSGE estymowany na danych kwartalnych przy pomocy technik bayesowskich oraz uogólnioną metodą momentów. Wybór małego modelu podyktowany jest faktem, iż w większych DSGE (np. Smets, Wouters 2003), w

¹ Praca naukowa częściowo finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2012 jako projekt badawczy MNiSW N N111 209439. Przyjęto następujący podział pracy: opis metod estymacji oraz wyniki: techniki bayesowskie – Grzegorz Szafrąński (Grzegorz.Szafranski@nbp.pl), uogólniona metoda momentów – Paweł Baranowski (Pawel.Baranowski@nbp.pl), pozostałe części – obaj autorzy wspólnie.

których występuje więcej zmiennych nieobserwowalnych, problemy związane z identyfikacją utrudniają bezpośrednio porównywanie wyników obydwu metod estymacji.

Gospodarka w perspektywie modelu DSGE - uwagi wstępne

W standardowych modelach DSGE zakłada się, że gospodarkę w skali makro można opisać jako rezultat optymalizacji decyzji reprezentatywnych gospodarstw domowych i przedsiębiorstw. Ponadto w modelu występuje bank centralny, który prowadzi politykę pieniężną w oparciu o regułę instrumentów².

W prezentowanym modelu gospodarstwa domowe maksymalizują użyteczność w nieskończonym horyzoncie czasowym, wybierając wielkość konsumpcji oraz ilość świadczoną pracy. W porównaniu do standardowo stosowanej, przyjęta postać funkcji użyteczności zakłada trwałość nawyków. Sprawia to, że na decyzje dotyczące wyboru ścieżki konsumpcji oraz pracy wpływ ma również przeciętna konsumpcja z poprzedniego okresu. W skali całej gospodarki decyzje gospodarstw domowych kształtują zagregowany popyt na dobra (opisany przez równanie dynamicznej krzywej IS).

Przedsiębiorstwa działają na rynku konkurencji monopolistycznej, na którym występują losowe sztywności nominalne, wobec czego w każdym okresie jedynie część z nich może zmienić cenę. Ponadto ze względu na sposób ustalania cen, w ślad za Gali i Gertler (1999), wyróżniamy dwie grupy przedsiębiorstw. Pierwsza grupa ustala cenę zapewniającą maksymalizację oczekiwanego zysku w nieskończonym horyzoncie, podczas gdy druga indeksuje cenę w oparciu o przeszłą inflację. Zachowanie przedsiębiorstw w skali całej gospodarki kształtuje inflację (opisywaną przez równanie krzywej Phillipsa).

Na działania opisanych wyżej podmiotów wpływają egzogeniczne szoki, w tym analizowany przez nas szok polityki pieniężnej, wyrażający krótkookresowe odejście od reguły polityki pieniężnej³. Szoki te wytrącają gospodarkę z równowagi, a co za tym idzie są przyczyną występowania krótkookresowych fluktuacji wokół *steady state*. W prezentowanym modelu, podobnie jak w większości modeli DSGE, nie analizujemy długookresowych tendencji występujących w gospodarce, a jedynie krótkookresowe odchylenia od równowagi.

Gospodarstwa domowe

Zakładamy, że istnieje nieskończenie wiele gospodarstw domowych, z których każde może konsumować wybrany koszyk dóbr spośród zróżnicowanych dóbr oznaczonych indeksem i .

² Zachowanie banku centralnego zwykle nie wynika bezpośrednio z optymalizacji. Przyjęcie, że w przeciwieństwie do gospodarstw domowych i firm, bank centralny działa w oparciu o reguły *ad hoc*, wydaje się nieco paradoksalne, aczkolwiek w znaczący sposób upraszcza rozwiązanie modelu.

³ W ślad za Clarida, Gali i Gertler (1999) przyjmujemy, że szoki w równaniach inflacji i luki produkcyjnej są trwałe (zautokorelowane), a szok polityki pieniężnej (w równaniu stopy procentowej) jest niezautokorelowany.

Użyteczność gospodarstwa uwzględnia nie tylko absolutny poziom konsumpcji, lecz również tzw. mechanizm trwałości nawyków konsumpcyjnych. Mechanizm ten sprawia, że bieżąca wielkość konsumpcji indywidualnej C_t jest porównywana z przeciętną konsumpcją wszystkich pozostałych gospodarstw z okresu poprzedniego \bar{C}_{t-1} . W efekcie, użyteczność płynąca z bieżącego strumienia konsumpcji jest tym wyższa im niższy jest poziom odniesienia $(\bar{C}_{t-1})^h$, do którego tę konsumpcję porównujemy. Taki rodzaj preferencji, koncepcyjnie zbliżony do hipotezy dochodu relatywnego, w ślad za Abelem (1990) nazywamy zewnętrzną trwałością nawyków (ang. *external habit persistence*). Zakłada się, że gospodarstw domowych jest tak dużo, że każde z nich z osobna nie jest w stanie kształtować konsumpcji zagregowanej, stanowiącej jedynie poziom odniesienia dla indywidualnych decyzji. Ponadto praca świadczona przez gospodarstwo domowe na konkurencyjnym rynku pracy w ilości N_t przynosi przykrość. Opisane wyżej mechanizmy znajdują odzwierciedlenie w następującej postaci funkcji chwilowej użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego (przyjęto funkcję typu CRRA):

$$U[C_t, \bar{C}_{t-1}, N_t] = \frac{[C_t/(\bar{C}_{t-1})^h]^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(N_t)^{1+\varphi}}{1+\varphi}, \quad (1)$$

gdzie parametr $h \in (0,1)$ mierzy stopień trwałości nawyków konsumpcyjnych. Im większa wartość parametru h tym silniej na decyzje gospodarstw domowych wpływa agregatowa konsumpcja z poprzedniego okresu. Dodatni parametr σ wyznacza relatywną niechęć do ryzyka, wraz z jego wzrostem międzyokresowa alokacja konsumpcji jest mniej wrażliwa na zmiany realnej stopy procentowej. Z kolei odwrotność parametru $\varphi > 0$ (odpowiednik elastyczności Frischa) można interpretować jako reakcję ilości pracy świadczonej przez gospodarstwo domowe na zmianę realnej płacy przy stałej relacji bieżącej konsumpcji do poziomu odniesienia wynikającego z trwałości nawyków (tj. gdy $C_t/(\bar{C}_{t-1})^h = const$).

Reprezentatywne gospodarstwo domowe maksymalizuje zdyskontowaną sumę użyteczności bieżącej i przyszłej (oczekiwanej), wg wzoru:

$$\max_{C_t, N_t} U_t = E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(C_\tau, \bar{C}_{\tau-1}, N_\tau) \right], \quad (2)$$

gdzie $\beta \in (0,1)$ jest standardowym współczynnikiem dyskonta użyteczności konsumpcji, a E_t jest operatorem racjonalnych oczekiwań formułowanych w chwili t .

Ograniczenie budżetowe zapisujemy w postaci równości:

$$P_t C_t + B_t = (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t, \quad (3)$$

gdzie B_t oznacza zasób oszczędności gospodarstwa domowego, i_t – nominalną stopę procentową, zaś W_t – nominalne wynagrodzenie (na jednostkę pracy).

Łączna konsumpcja reprezentatywnego gospodarstwa domowego C_t jest wynikiem agregacji konsumpcji zróżnicowanych dóbr $C_t(i)$, na które popyt kształtowany jest w warunkach konkurencji monopolistycznej. Agregacja wykorzystuje często przyjmowany w modelach DSGE agregator Dixita i Stiglitzta będący funkcją typu CES (o stałej elastyczności substytucji)⁴:

$$C_t \equiv \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}. \quad (4)$$

Alokacja wydatków na poszczególne dobra opiera się na zasadzie maksymalizacji łącznej konsumpcji C_t przy danych cenach dóbr $P_t(i)$ i ustalonym poziomie nominalnych wydatków na wszystkie dobra $\int_0^1 P_t(i)C_t(i)di$. Prowadzi to do układu równań popytu na dobra (por. Gali 2008 s. 42):

$$C_t(i) = C_t [P_t(i)/P_t]^{-\varepsilon} \quad (5)$$

gdzie parametr $\varepsilon > 1$ oznacza elastyczność cenową popytu na pojedyncze dobro, a $P(t)$ oznacza agregatowy indeks cen dóbr:

$$P_t \equiv \left[\int_0^1 P_t(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}. \quad (6)$$

Z rozwiązania zagadnienia maksymalizacji użyteczności (2) przy ograniczeniu budżetowym (3) odpowiednio względem: bieżącej konsumpcji i pracy oraz bieżącej i oczekiwanej konsumpcji, możemy wyprowadzić warunki pierwszego rzędu optymalizacji zachowań gospodarstw domowych (skorzystano również z warunku $\bar{C}_t = C_t$, wynikającego z faktu że gospodarstwa domowe są reprezentatywne)⁵:

$$\phi n_t + \sigma \left(c_t - \frac{h(1-\sigma)}{\sigma} c_{t-1} \right) = w_t - p_t \quad (7)$$

$$(\sigma + h(\sigma - 1))c_t = \sigma E_t c_{t+1} + h(\sigma - 1)c_{t-1} + E_t p_{t+1} - p_t - i_t \quad (8)$$

gdzie małymi literami oznaczono procentowe odchylenia oryginalnych zmiennych od wartości w stanie ustalonym (*steady state*) np. $n_t \stackrel{\text{def}}{=} \ln(N_t/N_t^{SS})$.

Przedsiębiorstwa

Wszystkie przedsiębiorstwa są jednorodne pod względem technologii produkcji (stosują jednoczynnikową potęgową funkcję produkcji) oraz rodzaju pracy zużywanej w procesie produkcyjnym. Każde przedsiębiorstwo produkuje jeden rodzaj dobra, które sprzedaje na rynku o strukturze konkurencji monopolistycznej.

⁴ Zarówno indeks przedsiębiorstw, jak i indeks dóbr $i \in (0,1)$ są elementami zbioru o mocy *continuum*.

⁵ Metody rozwiązywania modeli przedstawiają np. DeJong i Dave (2007) oraz Gali (2008).

Wybór przedsiębiorstwa w zasadzie ogranicza się do ustalania cen zbytu swoich produktów p_t^* , przy czym w ślad za Gali i Gertler (1999) wyróżnia się dwie grupy przedsiębiorstw, zależnie od sposobu ustalania cen. Jedne z firm, jak w podstawowym schemacie Calvo (por. np. Gali 2008, s. 44 i nast.), dokonują wyborów cen maksymalizując zdyskontowane oczekiwane zyski w horyzoncie obowiązywania nowo ustalonej ceny. Udział tych firm, określanych mianem zorientowanych na przyszłość (ang. *forward looking*), wynosi $(1 - \omega)$. Ceny ustalane przez firmy zorientowane na przyszłość (p_t^f) można wyznaczyć na podstawie równania⁶:

$$p_t^f = (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t(mc_{t+k} + p_{t+k}), \quad (9)$$

gdzie parametr $\theta \in (0,1)$ nazywamy stopniem sztywności cen Calvo, a zmienna mc_t oznacza procentowe odchylenie realnego jednostkowego kosztu krańcowego produkcji od jego wartości w stanie ustalonym.

Pozostałe firmy, ich udział wynosi odpowiednio ω , nie dokonują międzyokresowej optymalizacji zysków, a jedynie naśladują konkurentów. Ze względu na sposób podejmowania decyzji określane są one mianem „zorientowanych na przeszłość” (ang. *backward looking*). Stosują one proste reguły indeksacji i ustalają ceny p_t^b korzystając jedynie z informacji dostępnych w okresie $t - 1$, w tym z informacji o poziomie tych cen, które w poprzednim okresie uległy zmianie (p_{t-1}^*):

$$p_t^b = p_{t-1}^* + \pi_{t-1}, \quad (10)$$

gdzie $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ jest inflacją w okresie t .

Niezależnie od przyjętego sposobu ustalania cen firmy napotykać w swoich decyzjach na ograniczenia dotyczące możliwości zmiany ceny, według popularnego w nowokeynesistowskich modelach mechanizmu sztywności cen Calvo. Zgodnie z tym mechanizmem tylko część firm może swobodnie zmienić cenę w bieżącym okresie t . Wybór firm, które mogą zmienić ceny odbywa się w każdym okresie losowo i niezależnie od wyboru dokonanego w poprzednich okresach. Szansa na dokonanie zmiany cen w każdym okresie wynosi $1 - \theta$. W takim ujęciu agregatowy poziom cen p_t jest dany równaniem:

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1 - \theta) p_t^*, \quad (11)$$

gdzie poziom nowoustalanych cen p_t^* jest wypadkową wyborów cen przez firmy *backward* i *forward looking*:

$$p_t^* = \omega p_t^b + (1 - \omega) p_t^f \quad (12)$$

⁶ Po log-linearyzacji warunku międzyokresowej optymalizacji zdyskontowanych zysków przez przedsiębiorstwa.

Dokonując log-linearyzacji równania (9) w otoczeniu *steady state* o zerowej inflacji otrzymamy równanie opisujące względną zmianę cen tych przedsiębiorstw *forward looking*, które nie napotkały bariery sztywności nominalnej analogicznie jak w przypadku standardowego modelu bez indeksacji (zob. Gali 2008, s. 47):

$$p_t^f - p_{t-1} = (\beta\theta)E_t(p_{t+1}^f - p_t) + (1 - \beta\theta)mc_t + \pi_t \quad (13)$$

Wstawiając wyrażenie (13) do równań określających agregatowy poziom cen (11) i (12), następnie rozwiązując wokół punktu równowagi o zerowej inflacji, otrzymujemy równanie opisujące inflację (zob. Gali, Gertler 1999):

$$\pi_t = \frac{\beta\theta}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))} E_t \pi_{t+1} + \frac{\omega}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))} \pi_{t-1} + \frac{(1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))} mc_t \quad (14)$$

W dalszym kroku skorzystamy z faktu, że na wolnokonkurencyjnym rynku pracy jednostkowy koszt pracy jest równy relacji płacy realnej do krańcowej wydajności pracy, tj.: $mc_t = (w_t - p_t) - \log\left(\frac{\partial Y_t}{\partial N_t}\right)$. Wstawiając do tego wyrażenia wewnętrzzkresowy warunek pierwszego rzędu dla gospodarstw domowych (7) otrzymujemy następującą zależność pomiędzy kosztami krańcowymi a produktem⁷:

$$mc_t = \frac{\varphi + \alpha + \sigma(1 - \alpha)}{1 - \alpha} x_t - h(\sigma - 1)x_{t-1}, \quad (15)$$

gdzie x_t – luka produkcyjna jest procentowym odchyleniem y_t od jego poziomu określonego w warunkach giętkich cen.

Model – postać strukturalna

Przekształcając międzyokresowy warunek pierwszego rzędu dla konsumenta (8) i podstawiając do niego tożsamość $Y_t = C_t$, otrzymujemy równanie luki produkcyjnej (tzw. dynamiczną krzywą IS z trwałością nawyków):

$$x_t = \gamma E_t(x_{t+1}) + (1 - \gamma)x_{t-1} - \tilde{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1}) + v_t^x, \quad (16)$$

$$v_t^x = \rho_x v_{t-1}^x + \epsilon_t^x, \epsilon_t^x \sim IID(0, \Sigma^x),$$

gdzie v_t^x reprezentuje zautokorelowany szok.

Z kolei zestawienie równań (14) i (15) opisujących zachowanie firm prowadzi do równania inflacji (tzw. hybrydowej nowokeynesistowskiej krzywej Philipsa, NHPC):

⁷ Dla funkcji produkcji typu Cobb-Douglasa $y_t = (1 - \alpha)n_t$. Korzystamy również z założenia, że gospodarka jest zamknięta, bez udziału państwa i inwestycji w kapitał rzeczowy, co implikuje: $y_t = c_t$.

$$\pi_t = \beta_f E_t(\pi_{t+1}) + \beta_b \pi_{t-1} + \kappa_0 x_t + \kappa_1 x_{t-1} + v_t^\pi,$$

$$v_t^\pi = \rho_\pi v_t^\pi + \epsilon_t^\pi, \epsilon_t^\pi \sim IID(0, \Sigma^\pi),$$

gdzie v_t^π reprezentuje zautokorelowany szok.

Parametry postaci strukturalnej pozostają w następujących nieliniowych relacjach z parametrami „głębokimi”:

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma + h(\sigma - 1)}$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{\sigma + h(\sigma - 1)}$$

$$\beta_f = \frac{\beta\theta}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))}$$

$$\beta_b = \frac{\omega}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))}$$

$$\kappa_0 = \frac{\varphi + \alpha + \sigma(1 - \alpha)}{1 - \alpha} \frac{(1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))}$$

$$\kappa_1 = \frac{h(1 - \sigma)(1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta + \omega(1 - \theta(1 - \beta))}$$

Uzupełnieniem modelu jest równanie opisujące sposób prowadzenia polityki pieniężnej. Przyjmujemy, że bank centralny kształtuje nominalną stopę procentową w oparciu o regułę Taylora (1993), reagując na bieżącą inflację i lukę produkcyjną. W obu przypadkach reakcja ta jest dodatnia, co zapewnia powrót gospodarki do długookresowej równowagi (*steady state*). Uwzględniając w modelu niechęć banku centralnego do dużych jednorazowych zmian stóp procentowych, w regule wprowadzamy mechanizm wygładzania stóp procentowych:

$$i_t = \lambda i_{t-1} + (1 - \lambda)(\phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t) + \epsilon_t^i, \quad (17)$$

$$\epsilon_t^i \sim IID(0, \Sigma^i),$$

gdzie $\lambda \in (0, 1)$ jest parametrem wygładzania stóp procentowych, a ϵ_t^i reprezentuje szok polityki pieniężnej.

Dodatkowo rozpatrzmy częściowo antycypacyjną (*forward-looking*) regułę Taylora, w której bank centralny reaguje na inflację z okresu $t + 1$, wynikającą z racjonalnych oczekiwań oraz na bieżącą lukę produkcyjną (Clarida, Gali, Gertler 1998).

$$i_t = \lambda i_{t-1} + (1 - \lambda)(\phi_\pi E_t(\pi_{t+1}) + \phi_x x_t) + \epsilon_t^i, \quad (18)$$

$$\epsilon_t^i \sim IID(0, \Sigma^i)$$

Rozważany model zawiera wiele daleko idących uproszczeń, jak np. prowadzenie analizy dla gospodarki zamkniętej, w pełni konkurencyjny rynek pracy, brak wpływu sektora publicznego czy ograniczenie rynku finansowego do transakcji pożyczkowych po stopie wolnej od ryzyka. Sądzymy jednak, że na bazie stosunkowo prostego modelu empiryczne porównanie wyników różnych metod estymacji może być pożyteczne z punktu widzenia analizy mechanizmu transmisji. Z racji tego, że opisywane metody estymacji modeli DSGE funkcjonują w literaturze równolegle, spodziewamy się, że powinny one dostarczać zbliżonych odpowiedzi na pytania dotyczące reakcji gospodarki na szok polityki pieniężnej.

Metody estymacji

W analizie modeli DSGE stosowanych jest kilka strategii estymacji modelu (zob. np. Ruge-Murcia 2007; Canova 2007). Do najprostszych należy kalibracja parametrów modelu w postaci strukturalnej⁸. Kalibrację można przeprowadzać w bardziej formalny sposób poprzez dopasowywanie parametrów postaci zredukowanej lub funkcji odpowiedzi na impuls z modelu DSGE do odpowiedników otrzymanych na bazie modeli VAR (wnioskowanie pośrednie, ang. *Indirect Inference*). Kolejną klasę stanowią metody mające na celu dopasowanie momentów empirycznego rozkładu zmiennych obserwowalnych do wartości wynikających z teorii (uogólniona metoda momentów, ang. *Generalized Method of Moments*, GMM) bądź uzyskanych w wyniku symulacji postaci teoretycznej modelu (metoda symulowanych momentów). Do bardziej złożonych można zaliczyć metodę największej wiarygodności, która w przypadku modeli z oczekiwaniami wymaga rozwiązania modelu na podstawie warunków pierwszego rzędu i przedstawienia rozwiązania w postaci modelu przestrzeni stanów z określeniem funkcji gęstości rozkładu szoków. Ze względu na trudności w uzyskaniu maksimum funkcji wiarygodności dla tak dużej liczby głębokich parametrów zazwyczaj szacuje się tylko płytkie parametry, które można zidentyfikować na podstawie postaci zredukowanej modelu, albo wykorzystuje się wiedzę aprioryczną do formalnego (estymacja bayesowska) lub nieformalnego (kalibracja) ograniczenia zmienności niektórych głębokich parametrów modelu. W analizach empirycznych dominują dwie metody estymacji uogólniona metoda momentów i estymacja bayesowska. Drugie z tych podejść oparte jest na funkcji wiarygodności i metodach symulacyjnych, w tym głównie algorytmie Metropolisa. W pracy chcemy pokazać, że wybór metody estymacji parametrów modelu DSGE może mieć wpływ na uzyskanie różnych ilościowo wniosków o mechanizmie transmisji polityki pieniężnej. W tej części krótko opiszemy konstrukcję tych metod.

⁸ Kalibracja parametrów strukturalnych modelu w oparciu o wiedzę spoza modelu, chociaż była (nieformalną) metodą estymacji pierwszych modeli DSGE (szczególnie modeli szkoły realnego cyklu koniunkturalnego), to często jest nadal stosowana do określenia niektórych głębokich parametrów.

Estymatory uogólnionej metody momentów skonstruowane są tak, aby minimalizować odchylenia momentów empirycznych od momentów teoretycznych. W przypadku modeli klasy DSGE korzysta się z warunków momentów wyrażających brak skorelowania instrumentów ze składnikami losowymi równań postaci strukturalnej⁹. W takim przypadku estymator dany jest wzorem (por. Hall 2005, s. 36-37):

$$\hat{\alpha} = \arg \min_{\alpha} [g(\alpha)' W g(\alpha)] \quad (19)$$

gdzie α – wektor parametrów modelu,

W – półdefinitnie określona symetryczna macierz wag,

$g(\alpha) = T^{-1} [\sum_{t=1}^T z_{1,t} \epsilon_t \quad \dots \quad \sum_{t=1}^T z_{Q,t} \epsilon_t]'$ – wektor momentów empirycznych skonstruowanych w oparciu o kowariancje zmiennych instrumentalnych $z_{q,t}$ ze składnikiem losowym ϵ_t (liczba zmiennych instrumentalnych Q jest większa niż liczba parametrów modelu K).

Estymator GMM jest zgodny i asymptotycznie ma rozkład normalny (zob. Hall 2005, s. 66 i nast.). Efektywność estymacji parametrów modelu zależy od wyboru macierzy W . Najczęściej używa się procedury dwustopniowej¹⁰, początkowo szacując optymalną macierz wag w oparciu o zgodny, lecz potencjalnie nieefektywny estymator, a następnie stosuje się tak otrzymane oceny macierzy W do estymacji parametrów α (Hall 2005, s. 88-92).

W ramach omówionej metody możliwe jest testowanie statystycznej istotności warunków momentów dla przyjętego zestawu instrumentów. Testowana hipoteza zerowa zakłada, że $(Q - K)$ warunki ortogonalności ponad te niezbędne do identyfikacji modelu nie są spełnione. Sprawdzeniem tej hipotezy jest statystyka J o rozkładzie χ^2 o $(Q - K)$ stopniach swobody (szerzej: Hall 2005, s. 144-145). Odrzucenie hipotezy zerowej wskazuje, że co najmniej jeden instrument jest skorelowany z szokiem, a co za tym idzie przyjęty zestaw instrumentów nie jest poprawny¹¹.

Idea estymacji bayesowskiej jest odmienna od pozostałych metod, gdyż w modelu bayesowskim nie tylko zmienne obserwowalne X i nieobserwowalne zaburzenia ϵ , ale również parametry strukturalne modelu α traktuje się jako zmienne losowe (Osiewalski 2001). Wymaga to zdefiniowania łącznego rozkładu prawdopodobieństwa dla zmiennych i parametrów $P(X, \alpha)$, na podstawie którego wyznacza się rozkłady brzegowe i warunkowe. Prawdopodobieństwa w modelu bayesowskim, w odróżnieniu od podejścia częstościowego, mają charakter subiektywny, gdyż

⁹ Nie można natomiast zastosować warunków ortogonalności zmiennych objaśniających i składnika losowego, jak w klasycznej MNK, bowiem z definicji przyszłe (oczekiwane) wartości zmiennych są zależne od wartości bieżących (a co za tym idzie – także od zaburzeń).

¹⁰ Możliwe jest także wielostopniowe, iteracyjne oszacowanie macierzy wag, aż do uzyskania zbieżności – tzw. GMM-CUE (*Continuously Updating Estimator*).

¹¹ Dodatkowo instrumenty powinny dobrze objaśniać zmienne endogeniczne. Problemy doboru i testowania instrumentów w małej skali modeli DSGE szerzej omawiają Henry i Pagan (2003).

opierają się na apriorycznych założeniach badacza dotyczących konstrukcji modelu (w tym funkcji wiarygodności) i wartości, jakie mogą przyjmować parametry modelu.

W estymacji bayesowskiej założenia co do rozkładów parametrów modelu przyjmuje się przed zaobserwowaniem danych i dlatego nazywamy je rozkładami *a priori*. W podejściu bayesowskim do wnioskowania o rozkładach *a posteriori* parametrów $P(\alpha|X)$, czyli o wartościach parametrów po zaobserwowaniu danych, wykorzystywany jest wzór Bayesa:

$$P(\alpha|X) = \frac{P(X|\alpha)P(\alpha)}{P(X)},$$

gdzie $P(\alpha)$ oznacza rozkład *a priori* parametrów α , $P(X|\alpha)$ – funkcję wiarygodności, a $P(X)$ – brzegową funkcję gęstości dla danych.

Ze względu na skomplikowaną postać analityczną rozkładów *a posteriori* estymacja bayesowska (szczególnie modeli DSGE) sprowadza się do wyznaczenia empirycznych odpowiedników funkcji gęstości parametrów (histogramów) na podstawie łańcuchów Markowa generowanych metodami Monte Carlo (MCMC) – por. An, Shorfheide (2007). Na przykład w algorytmie Metropolisa zaimplementowanym w pakiecie Dynare (Adjemani i in. 2011), losowania parametrów *a posteriori* z nieznanego rozkładu (o skomplikowanej postaci analitycznej) dokonujemy w oparciu o realizacje pochodzące ze znanego rozkładu pomocniczego (na ogół rozkładu normalnego). Przy pomocy kolejnych realizacji łańcucha Markowa pochodzących z modelu błędzenia losowego przeszukuje się wielowymiarową przestrzeń parametrów rozkładu *a posteriori* rozpoczynając od punktu położonego w pobliżu dominanty rozkładu. W oparciu o funkcję ważności określoną na podstawie kolejnych realizacji łańcucha podejmuje się decyzję o przyjęciu bądź odrzuceniu nowo wylosowanej kombinacji parametrów (por. Fernandez-Villaverde 2010). Do wyznaczenia funkcji wiarygodności wykorzystuje się rozwiązanie modelu DSGE (tzw. postać zredukowana) zapisane w modelu przestrzeni stanu oraz liniowy filtr Kalmana.

Stosowanie rozkładów *a priori* w bayesowskiej analizie modeli DSGE jest konieczne ze względu na to, że w funkcji wiarygodności określonej na przestrzeni parametrów modelu występują rozległe obszary o płaskiej powierzchni i trudno jest wyznaczyć maksimum globalne tej funkcji (por. An, Shorfheide 2007). Z tego względu używa się rozkładów *a priori*, które albo ograniczają przestrzeń parametrów do obszarów dobrze określonych przez teorię ekonomii, albo silnie preferują niektóre obszary zmienności parametrów skupiając rozkłady *a priori* wokół wartości średniej określonej w innych badaniach.

W praktyce estymacji modeli DSGE przyjmuje się na ogół standardowe założenia o niezależności rozkładów *a priori* parametrów modelu¹² dla większości z nich stosując podstawowe rozkłady informacyjne (normalny, beta, gamma). Rozkłady *a priori* służą do włączenia do modelu wiedzy ekonomicznej na temat wartości „głębokich” parametrów. Wiedza ta może wynikać bezpośrednio z założeń modelu i przekonań badacza, z wyników badań mikroekonomicznych, ze znajomości długookresowych relacji pomiędzy makrokategoriami, czy wreszcie z innych eksperymentów numerycznych dla podobnych modeli. Istnieje niebezpieczeństwo, że uzyskany wynik estymacji silnie zależy od zasobu wiedzy apriorycznej zawartego w rozkładach *a priori*. Dlatego uzyskane wyniki zweryfikujemy zmieniając stopień rozproszenia rozkładów *a priori*¹³.

Konsekwencje przyjęcia bayesowskiego podejścia do estymacji parametrów modelu mają kluczowe znaczenie dla interpretacji wyników. W zasadzie podejście bayesowskie ograniczając dziedzinę zmienności parametrów poprzez przyjęcie założeń co do rozkładów *a priori* (np. poprzez wskazanie R^+ jako dziedziny, czy ograniczenie zmienności przez tzw. rozkłady silnie skupione) wyklucza możliwość ekonomicznej weryfikacji wyników modelu. Wyniki estymacji mogą być tylko ocenione pod względem statystycznym. W modelu bayesowskim odpowiadamy na pytanie, czy rozkłady *a posteriori* parametrów modelu są wyraźnie skupione wokół wartości średniej (odpowiednik statystycznej istotności w statystyce tradycyjnej), oraz czy dostępne dane znacząco uaktualniają naszą wiedzę aprioryczną o tych wartościach (Del Negro, Schorfheide 2008).

W estymacji bayesowskiej estymujemy łącznie wszystkie równania modelu. Zaletą podejścia systemowego jest wykorzystanie całej informacji o łącznym rozkładzie prawdopodobieństwa. Ponadto w jawny sposób uwzględnia się restrykcje pomiędzy poszczególnymi równaniami, wynikające z obecności tych samych głębokich parametrów w różnych równaniach (Canova 2007, s. 460) – w przedstawionym wyżej modelu dotyczy to nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa oraz dynamicznej krzywej IS.

W estymacjach przy pomocy uogólnionej metody momentów szacujemy każde równanie pojedynczo¹⁴. Dzięki temu potencjalny błąd specyfikacji jednego z równań nie wpłynie na oszacowania parametrów w pozostałych równaniach. W modelach DSGE metody niesystemowe zyskują przewagę, gdy w procesie generującym dane jedynym (bądź głównym) źródłem zmienności jest jeden szok, zaś w modelu występuje więcej szoków (Canova 2007, s. 461).

¹² Del Negro i Schofheide (2008) rozważają model DSGE, w którym uchylono założenie o niezależności niektórych rozkładów *a priori* parametrów modelu.

¹³ Przykładowe wyniki dla rozkładów *a priori* „umiarkowanie skupionych” prezentujemy w głównej części tekstu, a dla rozkładów bardziej „rozproszonych” – w Załączniku 2. Dodatkowe wyniki dostępne są na życzenie.

¹⁴ Estymację GMM można przeprowadzić również dla systemu równań. To podejście, chociaż pozwala uwzględnić międzyrównaniowe warunki ortogonalności, wymaga użycia wspólnych instrumentów.

Dane

Przedstawiony powyżej model był estymowany na podstawie danych kwartalnych od 1 kwartału 1997 do 4 kwartału 2010 (co daje 56 obserwacji). W badaniu wykorzystano następujące szeregi:

- Luka produkcyjna x_t – procentowe odchylenie PKB (odsezonowanego Tramo/Seats) od wartości wygładzonej przy pomocy filtra Hodricka-Prescotta,
- Inflacja π_t – indeks cen dóbr i usług konsumpcyjnych (CPI), poprzedni kwartał=100 (odsezonowane Tramo/Seats),
- Stopa procentowa i_t – WIBOR 1M w ujęciu kwartalnym.

Dane źródłowe o PKB i inflacji pochodziły z Głównego Urzędu Statystycznego, zaś o stopie WIBOR – z serwisu Reuters EcoWin. Z uwagi na zerowe *steady state* w modelu teoretycznym wszystkie szeregi zostały pozbawione średniej.

Wyniki estymacji parametrów strukturalnych metodami bayesowskimi

W podstawowej części tekstu prezentujemy wyniki, które uzyskano dla rozkładów *a priori* podstawowych parametrów strukturalnych modelu umiarkowanie skupionych wokół wartości średnich (tzn. o relatywnie dużych wariancjach). Dla parametrów określonych w modelu na przedziale (0,1) przyjęto wartość średnią określoną w połowie przedziału ich zmienności. Dla rozkładów *a priori* parametrów odpowiadających za nominalne i realne frykcje¹⁵ (θ, ω, h) przyjęto większe odchylenie standardowe niż dla parametrów określających autokorelację szoków i reakcję banku centralnego¹⁶. Wiedzę o pozostałych parametrach przyjmujących tylko wartości dodatnie opisano rozkładem gamma (o wartości oczekiwanej równej dwa i o dodatniej asymetrii), za wyjątkiem odchyłeń standardowych szoków, dla których przyjęto standardowo odwrotny rozkład gamma. Pozostałe parametry zostały skalibrowane: $\beta = 0,99$ tj. na poziomie często stosowanym w literaturze, zaś $\alpha = 0,5$ tj. na poziomie zbliżonym do przeciętnego udziału nadwyżki operacyjnej w wartości dodanej brutto. W ślad za praktyką w estymacji modeli bayesowskich przyjęto, że brzegowe rozkłady *a priori* są niezależne, co ułatwia konstrukcję łącznego rozkładu *a priori*.

¹⁵ Jak wskazują przeprowadzone eksperymenty, parametry te w największym stopniu determinują kształt funkcji odpowiedzi na impuls.

¹⁶ Ponadto wartości średnie rozkładów *a priori* przyjęto na poziomie zbliżonym do wartości w oryginalnej regule Taylora (1993).

Tab. 1: Wyniki estymacji bayesowskiej (reguła bieżąca, rozkłady *a priori* umiarkowanie skupione).

	Rozkład <i>a priori</i>			Rozkład <i>a posteriori</i>		
	Typ rozkładu	średnia	odchylenie standardowe	średnia	80% przedział ufności	ufności
θ	beta	0,5	0,25	0,810*	0,721	0,900
ω	beta	0,5	0,25	0,412*	0,070	0,737
h	beta	0,5	0,25	0,735*	0,527	0,982
φ	gamma	2,0	1,50	1,671	0,007	3,49
σ	gamma	2,0	1,50	5,015*	2,401	7,681
ϕ_π	gamma	2,0	1,50	2,170*	1,831	2,518
ϕ_x	gamma	0,5	1,50	0,003	0,000	0,008
λ	beta	0,5	0,15	0,797*	0,756	0,842
ρ_π	beta	0,5	0,15	0,370*	0,139	0,575
ρ_x	beta	0,5	0,15	0,832*	0,748	0,923
Σ^i	gamma ⁻¹	1,0	∞	0,259*	0,214	0,302
Σ^x	gamma ⁻¹	0,4	∞	0,118*	0,087	0,152
Σ^π	gamma ⁻¹	1,0	∞	0,328*	0,254	0,403

* odpowiednik 80% przedziału ufności (tzw. przedział wiarygodności o największym prawdopodobieństwie) nie obejmuje brzegowych wartości z rozkładu *a priori*.

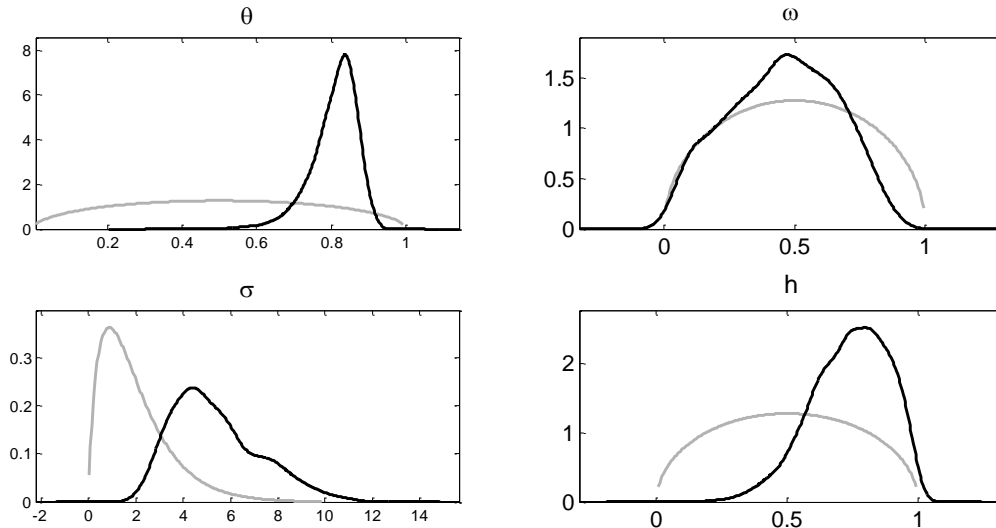
Do oceny histogramów brzegowych rozkładów *a posteriori* uzyskanych metodami MC (*Monte Carlo*) użyto po 4 łańcuchy Markowa, każdy po 500 000 replikacji, z których pominięto początkowe 100 000 realizacji (*burn-in period*). Obliczenia wykonano w pakiecie Dynare (zob. Adjemian i in. 2011). Standardowe statystyki oceny zbieżności wskazują na to, że można skorzystać z asymptotycznych własności algorytmu Metropolisa.

Jak wskazuje na to porównanie kształtów brzegowych rozkładów *a priori* i *a posteriori* dane zawierają użyteczne informacje w ocenie charakterystyk parametrów modelu. Rozkłady brzegowe mają dobrze określoną pojedynczą dominantę i są bardziej skupione niż rozkłady *a priori*. Wyniki estymacji wskazują na dużą sztywność cen (średni okres trwania cen rzędu 5 kwartałów¹⁷) i silnie ukształtowane nawyki konsumpcyjne. Najmniej informacyjne okazały się dane w kwestii udziału przedsiębiorstw stosujących indeksację. Rozkład parametru ω wykazuje niewielką skośność dodatnią, ale średnia rozkładu *a posteriori* niewiele odbiega od średniej rozkładu *a priori*, a przedział ufności zawierający 80% wylosowanych realizacji jest dosyć szeroki. Oceniając parametry reguły polityki pieniężnej podobnie jak w innych badaniach dla Polski potwierdzono silną reakcję władz monetarnych na zmiany inflacji i brak wpływu luki popytowej na kształtowanie się stopy

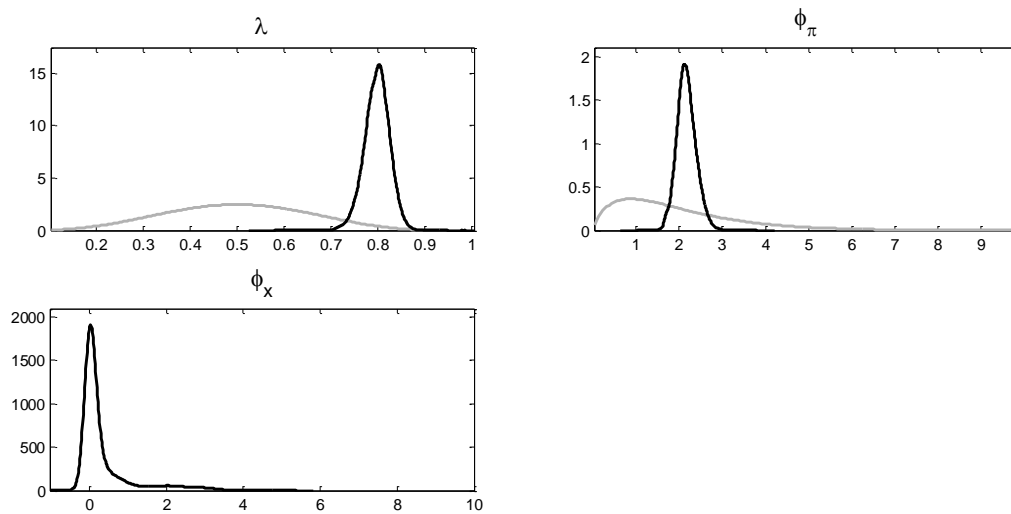
¹⁷ Z badań ankietowych dla gospodarki Polski (Jankiewicz, Kołodziejczyk 2008) wynika, że ceny cechują się nieco mniejszą sztywnością.

procentowej. Stwierdzono także silny efekt wygładzania stóp procentowych. W zakresie propagacji szoków stwierdzić można, że szoki w równaniu luki produkcyjnej mają większą trwałość niż te w równaniu inflacji.

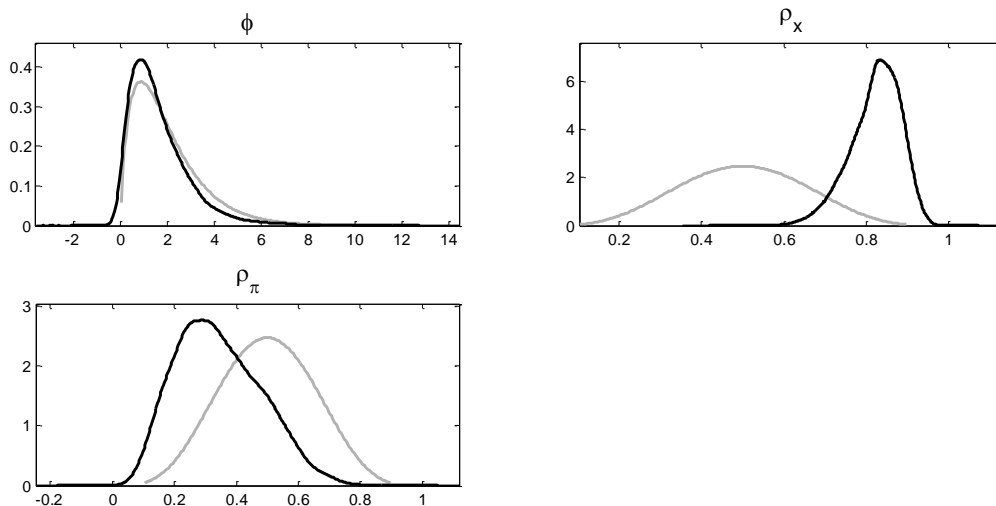
Rys. 1: Rozkłady *a priori* (szara linia) i *a posteriori* (czarna) podstawowych parametrów modelu.



Rys. 2: Rozkłady *a priori* (szara linia) i *a posteriori* (czarna) parametrów reguły Taylora.



Rys. 3: Rozkłady *a priori* (szara linia) i *a posteriori* (czarna) pozostałych parametrów modelu.



Wyniki estymacji modelu dla bardziej rozproszonych rozkładów parametrów (zob. Załącznik 2) nie odbiegają znacząco od wyników prezentowanych w zasadniczej części tekstu (główna różnica polega na mniejszej precyzji rozkładów a posteriori parametru ω).

Wyniki – GMM

Równania wyprowadzone we wcześniejszej części opracowania zostaną również oszacowane przy pomocy uogólnionej metody momentów. W tym przypadku, w przeciwieństwie do technik bayesowskich, pomijamy jednak głębokie parametry a szacunki dotyczą parametrów zagregowanej postaci modelu¹⁸

W charakterze zmiennych instrumentalnych zastosowano opóźnione zmienne występujące w danym równaniu (z okresu $t - 1$ i $t - 2$) oraz dodatkowo dwie pierwsze frakcje odpowiedzi w ankiecie inflacyjnej IPSOS¹⁹ (z okresu $t - 1$).

Stosując dwustopniową estymację GMM, z zastosowaniem estymatora macierzy wag Neweya-Westa z optymalnym oknem Bartletta, otrzymano następujące wyniki²⁰:

¹⁸ Podejście takie jest konieczne ze względu na nieidentyfikowalność głębokich parametrów z nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa w metodach estymacji wykorzystujących wyłącznie informację z próby.

¹⁹ Dane o strukturze odpowiedzi w ankiecie IPSOS o oczekiwaniach inflacyjnych pochodzą z NBP.

²⁰ Ze względu na brak oczekiwań w bieżącej regule Taylora, wariant ten oszacowano za pomocą klasycznej MNK. Dodatkowo, zasadność wyboru tej metody estymacji potwierdziły wyniki testu Hausmana, w którym skonfrontowano estymatory: MNK i MZI. Na przyjętym 10% poziomie istotności otrzymano brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, co wskazuje że bieżąca inflacja i luka nie są endogeniczne względem stopy procentowej, a zatem estymator MNK jest estymatorem zgodnym i najefektywniejszym.

Tab. 2: Wyniki estymacji GMM (reguła bieżąca).

Hybrydowa krzywa Phillipsa			Dynamiczna IS			Reguła Taylora		
Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t
β_F	0,600	7,8	γ	0,411	30,4	ϕ_π	1,858	7,8
β_B	0,417	8,3	$\tilde{\sigma}$	0,020	2,0	ϕ_x	0,245	1,3
κ_0	0,092	2,3	ρ_x	0,113	10,7	λ	0,850	26,0
κ_1	-0,068	-2,2	J-test	3,36 (p=99%)		Hausman	4,37 (p=22%)	
ρ_π	-0,228	-5,3						
J-test	2,23 (p=98%)							

Oszacowane parametry mają poprawne znaki oraz wartości. W szczególności β_F, β_B oraz γ zawierają się w przedziale (0,1). Ponadto suma parametrów β_F i β_B jest zbliżona do jedności. Analiza wartości tych parametrów wskazuje, że w równaniu hybrydowej krzywej Phillipsa komponent oczekiwanej inflacji ma nieco większe znaczenie od komponentu adaptacyjnego, odwrotnie niż w równaniu dynamicznej IS, gdzie większe znaczenie ma przeszła luka produkcyjna²¹. Parametr $\tilde{\sigma}$ jest dodatni, co sprawia, że wzrost realnej stopy procentowej obniża, *ceteris paribus*, lukę produkcyjną. Zgodnie z teorią kształtują się również parametry opisujące wpływ bieżącej i opóźnionej luki produkcyjnej na inflację, κ_0 jest dodatni, zaś κ_1 jest ujemny i co do wartości bezwzględnej mniejszy od κ_0 . W regule Taylora parametr wygładzania stóp procentowych zawiera się w przedziale (0,1), a stopa procentowa dodatnio reaguje na wzrost inflacji i luki. Ponadto siła długookresowej reakcji polityki pieniężnej na inflację spełnia tzw. zasadę Taylora (parametr $\phi_\pi > 1$). W porównaniu do parametrów oryginalnej reguły Taylora (1993), otrzymano silniejszą reakcję na inflację i słabszą na lukę produkcyjną.

Wartości statystyk testu J wskazują na poprawny dobór instrumentów. Wartości statystyki t-Studenta wskazują na nieistotny wpływ luki produkcyjnej na stopę procentową. Z uwagi na chęć dokładnego odwzorowania postaci modelu wynikającej z mikropodstaw oraz troskę o porównywalność z systemem estymowanym technikami bayesowskimi, w równaniach pozostawiamy taką postać reguły Taylora.

Dodatkowo przeprowadzono estymacje z użyciem innego zestawu instrumentów²². Wyniki tych eksperymentów wskazują, że oceny parametrów były stosunkowo odporne.

²¹ Obliczając na podstawie otrzymanych ocen parametrów, parametry „głębokie” możemy zauważyć, że otrzymano parametr trwałości nawyków (h) przekraczający 1. Mimo tego zastrzeżenia, przeprowadzimy porównanie wyników parametryzacji GMM i bayesowskiej.

²² Przykładowe wyniki przedstawiamy w Załączniku 1. Dodatkowe wyniki dostępne są na życzenie.

Porównanie funkcji odpowiedzi na szok

Tab. 3: Porównanie „płytkich” ocen parametrów (bez odchyłeń standardowych).

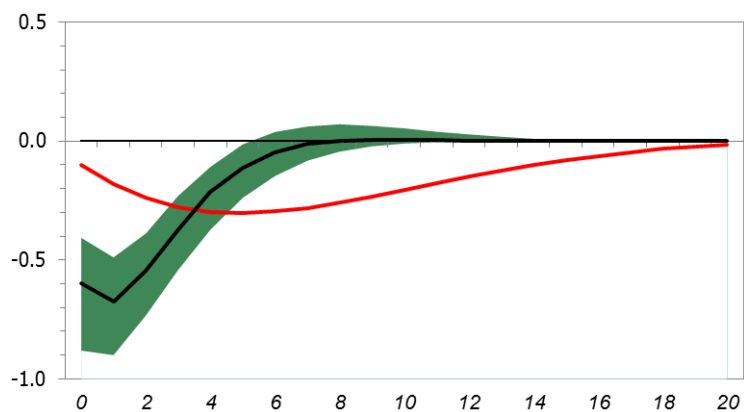
Parametry strukturalne	Estymacja bayesowska (średnia z rozkładu <i>a posteriori</i>)	Uogólniona metoda momentów (GMM)
β_f	0,658	0,600
β_b	0,338	0,417
κ_0	0,170	0,092
κ_1	-0,054	-0,068
γ	0,629	0,411
$\tilde{\sigma}$	0,126	0,020
λ	0,797	0,850
ϕ_π	2,170	1,858
ϕ_x	0,003	0,245

Jak wynika z Tab. 3, różnice punktowych ocen parametrów wynikających z parametryzacji bayesowskiej i GMM są dość znaczne²³, zwłaszcza w przypadku równania dynamicznej krzywej IS. Dodajmy, że nawet niewielkie różnice ocen pojedynczych parametrów mogą sprawić, że postać zredukowana modelu, a w konsekwencji wyniki symulacji modelu będą znacznie różniły się pomiędzy parametryzacjami (zob. np. Klein 1960). Z tego względu głównym przedmiotem porównania obu parametryzacji będą reakcje zmiennych na szok polityki pieniężnej.

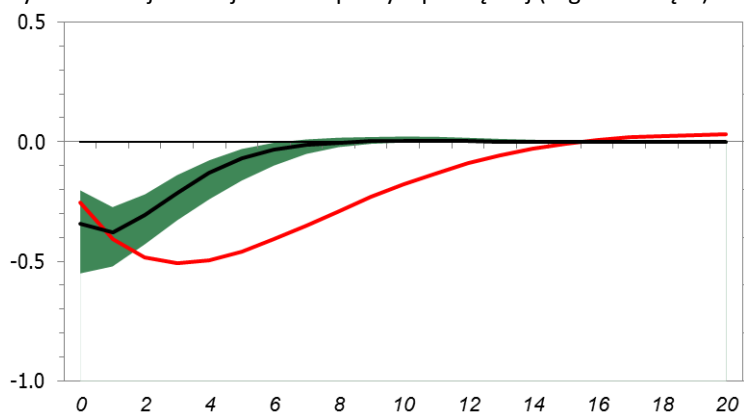
Na Rys. 4-6 przedstawiamy reakcje na szok polityki pieniężnej ϵ_t^i (wzrost stopy procentowej ponad wartość w stanie ustalonym). Wyznaczono je rozwiązując model ze względu na racjonalne oczekiwania (zastosowano metodę Andersona i Moore’a), a następnie dla tak uzyskanej postaci zredukowanej modelu obliczono funkcję odpowiedzi na impuls. W przypadku parametryzacji GMM oznaczono ją kolorem czerwonym, parametryzacji bayesowskiej kolorem czarnym zaznaczono medianę z rozkładu *a posteriori*, a wokół niej 80% przedziały ufności. Na osi poziomej umieszczono ilość kwartałów od wystąpienia szoku, na osi pionowej – odchylenia wartości zmiennych od równowagi.

Rys. 4: Reakcja luki produkcyjnej na szok polityki pieniężnej (reguła bieżąca).

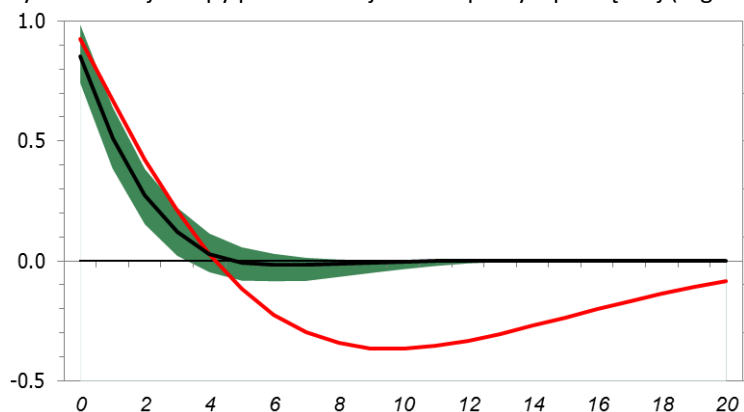
²³ Dużo większe rozbieżności zauważamy w przypadku parametrów określających autokorelację szoków w równaniach luki produkcyjnej i inflacji. Jednakże te parametry nie mają znaczenia dla reakcji systemu na szok polityki pieniężnej (który w obu metodach estymacji z założenia jest niezautokorelowany).



Rys. 5: Reakcja inflacji na szok polityki pieniężnej (reguła bieżąca).



Rys. 6: Reakcja stopy procentowej na szok polityki pieniężnej (reguła bieżąca).



Wyniki dla obu parametryzacji są zgodne z przesłankami teoretycznymi - zacieśnienie polityki pieniężnej powoduje spadek luki produkcyjnej i inflacji. Ponadto występują charakterystyczna, tzw. „garbato-kształtna”, reakcja luki produkcyjnej i inflacji – najsilniejszy spadek tych zmiennych występuje z opóźnieniem.

Porównując dynamiki reakcji gospodarki na szok polityki pieniężnej, możemy zauważyć wiele różnic. Po pierwsze, przeważnie ścieżka odpowiedzi na impuls otrzymana na podstawie punktowych ocen parametrów z GMM nie jest zawarta w 80% przedziałach ufności pochodzących z parametryzacji bayesowskiej. Po drugie – w przypadku systemu estymowanego przy pomocy GMM, reakcja jest bardziej rozłożona w czasie. Największe odchylenia inflacji i luki od równowagi dla

parametryzacji bayesowskiej występują już po 1 kwartale, podczas gdy dla parametryzacji GMM - po 3-4 kwartałach. Po trzecie - dla modelu estymowanego GMM po początkowym szoku – wzroście stopy procentowej, po 5-6 kwartałach występuje przeciwna reakcja stopy procentowej, która odzwierciedla działania banku centralnego na rzecz szybszego powrotu do równowagi; w modelu estymowanym metodami bayesowskimi reakcja taka praktycznie nie występuje. Po czwarte – mimo różnej dynamiki reakcji na szok polityki pieniężnej, w obu parametryzacjach, jej maksymalny efekt reakcji gospodarki na odejście od reguły Taylora jest jednakowy dla inflacji, a w przypadku luki produkcyjnej jest on o około połowę mniejszy w parametryzacji GMM.

W Załączniku 3 prezentujemy wyniki z wykorzystaniem reguły częściowo antycypacyjnej (tj. równanie (18)). Porównanie funkcji odpowiedzi na impuls dla tego przypadku wskazuje na podobny ich przebieg jak dla reguły bieżącej, chociaż amplitudy zmian są nieco mniejsze.

Podsumowanie

Celem opracowania było sprawdzenie, na ile wybór metody estymacji różnicuje wnioski otrzymywane z dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej (DSGE). Porównaniem objęto reakcję na szok polityki pieniężnej w małej skali modelu nowokeynesistowskim wzbogaconym o komponenty adaptacyjne (trwałość nawyków, indeksacja cen i wygładzanie stóp procentowych). Model ten estymowano na kwartalnych danych polskich przy pomocy technik bayesowskich oraz uogólnioną metodą momentów.

Z przeprowadzonych badań wynika, że ocena reakcji polskiej gospodarki na szok polityki pieniężnej w znacznym stopniu uwarunkowana jest wyborem metody estymacji. Różnice dotyczą głównie dynamiki tej reakcji – w systemie estymowanym bayesowsko najsilniejszy spadek luki produkcyjnej i inflacji występuje znacznie szybciej niż w przypadku modelu oszacowanego za pomocą uogólnionej metody momentów. Inaczej zachowuje się również stopa procentowa – w przypadku uogólnionej metody momentów po początkowym wzroście stopy procentowej następuje spadek poniżej *steady state*, podczas gdy dla estymacji bayesowskiej taki spadek praktycznie nie występuje.

Zdajemy sobie sprawę, że otrzymanym wynikom trudno jednak nadać walor ogólności. Dlatego przyszłym kierunkiem badań będzie poszerzenie analiz na bardziej rozbudowane warianty modelu DSGE. Szczególnie interesujące wydaje się rozpatrzenie innych mechanizmów zmiany cen (np. modelu Dotseya i in. 2005) lub uwzględnienie sztywności płac (np. Erceg i in. 2000).

Literatura

An S., Schorfheide F. (2007), Bayesian Analysis of DSGE Models, *Econometric Reviews*, vol. 26(2-4), s. 113-172.
Abel A. (1990), Asset Prices under Habit Formation and Catching Up with the Joneses, *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 80(2), s. 38-42.

- Adjemian S., Bastani H., Juillard M., Mihoubi F., Perendia G., Ratto M., Villemot S. (2011), *Dynare: Reference Manual: Version 4*, Dynare Working Papers, 1, CEPREMAP.
- Canova F. (2007), *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (1998), Monetary policy rules in practice Some international evidence, *European Economic Review*, vol. 42(6), s. 1033-1067.
- Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999), The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXVII, s. 1661–1707.
- DeJong D., Dave Ch. (2007), *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press.
- Del Negro M., Schorfheide F. (2008), Forming priors for DSGE models (and how it affects the assessment of nominal rigidities), *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 55(7), s. 1191-1208.
- Dotsey M., King R., Wolman A. (1999), State-Dependent Pricing and the General Equilibrium Dynamics of Money and Output, *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, vol. 114(2), s. 655-690.
- Erceg Ch.J., Henderson D.W., Levin A.T. (2000), Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts, *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 46(2), s. 281-313.
- Fernandez-Vilaverde J. (2010), The Econometrics of DSGE models, *SERIES: Journal of the Spanish Economic Association*, vol. 1(1-2), s. 3-49.
- Favero C.A., Marcellino M., Neglia F. (2005), Principal components at work: the empirical analysis of monetary policy with large data sets, *Journal of Applied Econometrics*, vol. 20(5).
- Jankiewicz Z., Kołodziejczyk D. (2008), Mechanizmy kształtowania cen w przedsiębiorstwach Polskich na tle zachowań firm ze strefy euro, *Bank i Kredyt*, luty.
- Gali J. (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*, Princeton University Press.
- Gali J, Gertler M. (1999), Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis, *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 44(2), s. 195-222.
- Hall A. (2005), *Generalized Method of Moments*, Oxford University Press.
- Henry S.G.B., Pagan A.R. (2004), The Econometrics of the New Keynesian Policy Model: Introduction, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 66 (supplement), s. 581-606.
- Klein L.R. (1960), Single Equation vs. Equation System Methods of Estimation in Econometrics, *Econometrica*, vol. 28(4).
- Osiewalski J. (2001), *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo AE w Krakowie.
- Ruge-Murcia F. (2007), Methods to Estimate Dynamic Stochastic General Equilibrium Models, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, vol. 31(8), s. 2599-2636.
- Smets F., Wouters R. (2003), An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area, *Journal of the European Economic Association*, MIT Press, vol. 1(5), s. 1123-1175.
- Taylor J.B. (1993), Discretion Versus Policy Rules in Practice, *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, vol. 39.
- Tovar C. (2009), DSGE Models and Central Banks, *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, vol. 3(16).
- Woodford M. (2009), Convergence in Macroeconomics: Elements of the New Synthesis, *American Economic Journal: Macroeconomics*, vol. 1(1), s. 267-279.

Załącznik 1 – estymacje GMM z alternatywnym zestawem instrumentów

Tab. Z-1: Wyniki estymacji GMM (reguła bieżąca), z zestawem instrumentów: opóźnione zmienne występujące w danym równaniu (z okresu $t-1$ i $t-2$) oraz dodatkowo wspólny czynnik (*Principal Component*, z okresu $t-1$) ze zbioru 47 zmiennych makroekonomicznych (zob. Favero i in. 2005)²⁴.

Hybrydowa krzywa Phillipsa			Dynamiczna IS			Reguła Taylora		
Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t
β_F	0,667	11,8	γ	0,418	29,3	ϕ_π	1,858	7,8
β_B	0,373	11,3	$\tilde{\sigma}$	0,018	1,7	ϕ_x	0,245	1,3
κ_0	0,116	3,1	ρ_x	0,132	9,2	λ	0,850	26,0
κ_1	-0,090	-3,0	J-test	3,36 (p=99%)		Hausman	0,45 (p=93%)	
ρ_π	-0,205	-5,5						
J-test	2,50 (p=93%)							

Uwaga: Podobnie jak w estymacjach zaprezentowanych w głównej części tekstu, bieżącą regułę Taylora oszacowano przy pomocy KMNK (z tego względu oceny parametrów nie zmieniły się).

Załącznik 2 – wyniki estymacji bayesowskiej przy bardziej rozproszonych rozkładach *a priori*

Tab. Z-2: Wyniki estymacji bayesowskiej (reguła bieżąca, rozkłady *a priori* rozproszone).

	Rozkład <i>a priori</i>			Rozkład <i>a posteriori</i>		
	Typ rozkładu	średnia	odchylenie standardowe	średnia	przedział ufności	
θ	Beta	0,5	0,285	0,781*	0,659	0,907
ω	Beta	0,5	0,285	0,445	0,000	0,811
h	Beta	0,5	0,285	0,731*	0,489	1,000
φ	Gamma	2,0	1,50	1,589*	0,035	3,195
σ	Gamma	2,0	1,90	5,596*	1,427	10,534
ϕ_π	Gamma	2,0	1,90	2,268*	1,868	2,713
ϕ_x	Gamma	0,5	1,90	0,001	0,000	0,004
λ	Beta	0,5	0,285	0,810*	0,760	0,859
ρ_π	Beta	0,5	0,285	0,362	0,000	0,919
ρ_x	Beta	0,5	0,285	0,872*	0,767	0,954
Σ^i	Gamma ⁻¹	1,0	∞	0,260*	0,212	0,308
Σ^x	Gamma ⁻¹	0,4	∞	0,108*	0,078	0,136
Σ^π	Gamma ⁻¹	1,0	∞	0,374*	0,242	0,493

²⁴ Uwzględniono: wskaźniki koniunktury, stopy procentowe na rynku międzybankowym, ceny surowców na rynkach światowych, PKB i jego składniki, informacje z rynku pracy, kursy walutowe, kursy walutowe, ceny produkcji sprzedanej przemysłu oraz PKB zagranicą. Dalsze szczegóły dotyczące konstrukcji wspólnego czynnika dostępne są na życzenie.

Załącznik 3 – wyniki dla modelu z regułą częściowo antycypacyjną

Tab. Z-3: Wyniki estymacji GMM (reguła antycypacyjna, zestaw instrumentów jak w wariancie podstawowym).

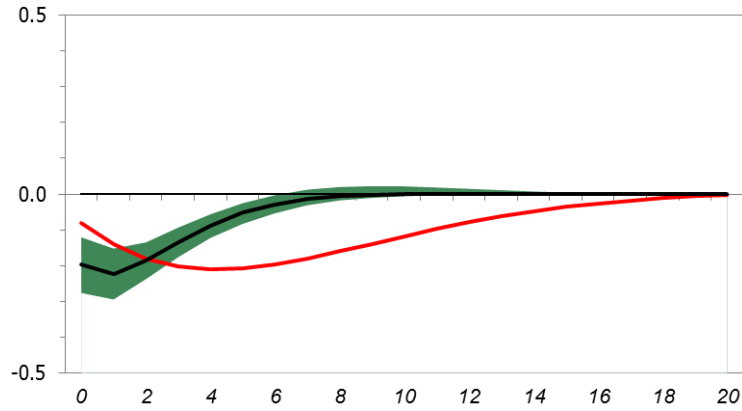
Hybrydowa krzywa Phillipsa			Dynamiczna IS			Reguła Taylora		
Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t	Ocena parametru		Statystyka t
β_F	0,600	7,8	γ	0,411	30,4	ϕ_π	2,560	13,3
β_B	0,417	8,3	$\tilde{\sigma}$	0,020	2,0	ϕ_x	0,082	0,5
κ_0	0,092	2,3	ρ_x	0,113	10,7	λ	0,825	36,1
κ_1	-0,068	-2,2	J-test	3,36 (p=99%)		J-test	2,75 (p=84%)	
ρ_π	-0,228	-5,3						
J-test	2,23 (p=98%)							

Tab. Z-4: Wyniki estymacji bayesowskiej (reguła antycypacyjna, rozkłady *a priori* umiarkowanie skupione).

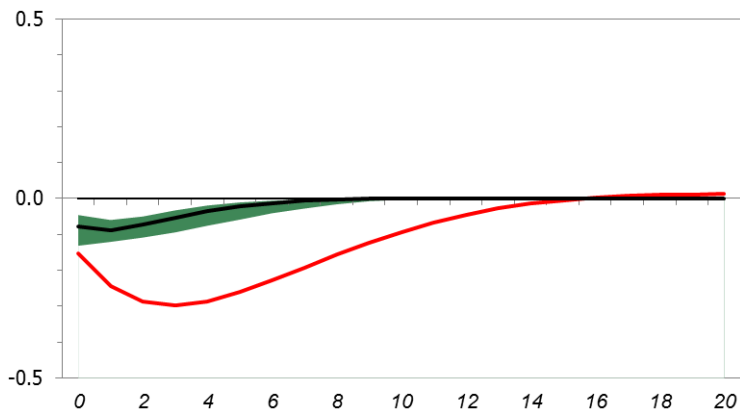
	Rozkład <i>a priori</i>			Rozkład <i>a posteriori</i>		
	Typ rozkładu	średnia	odchylenie standardowe	średnia	przedział ufności	
θ	Beta	0,5	0,25	0,838*	0,764	0,899
ω	Beta	0,5	0,25	0,396*	0,063	0,738
h	Beta	0,5	0,25	0,757*	0,555	0,933
φ	Gamma	2,0	1,50	1,662*	0,358	3,456
σ	Gamma	2,0	1,50	4,398*	2,493	7,331
ϕ_π	Gamma	2,0	1,50	2,912*	2,355	3,531
ϕ_x	Gamma	0,5	1,90	0,005	0,000	0,011
λ	Beta	0,5	0,25	0,806*	0,756	0,853
ρ_π	Beta	0,5	0,25	0,300*	0,120	0,531
ρ_x	Beta	0,5	0,25	0,868*	0,786	0,933
Σ^i	Gamma ⁻¹	1,0	∞	0,258*	0,225	0,295
Σ^x	Gamma ⁻¹	0,4	∞	0,116*	0,093	0,141
Σ^π	Gamma ⁻¹	1,0	∞	0,315*	0,268	0,365

* Gwiazdki jak w Tab. 1.

Rys. Z-1: Reakcja luki produkcyjnej na szok polityki pieniężnej (reguła antycypacyjna).



Rys. Z-2: Reakcja inflacji na szok polityki pieniężnej (reguła antycypacyjna).



Rys. Z-3: Reakcja stopy procentowej na szok polityki pieniężnej (reguła antycypacyjna).

